

REGNECENTRALEN

DANSK INSTITUT FOR MATEMATIKMASKINER

DASK - BIBLIOTEKSSPECIFIKATION

ATOMENERGIKOMMISSIONENS

- 5 JUNI 1959

BIBLIOTEK - RISØ

SEKVENSBETEGNELSE

CF 2

side 1/7

Kodet af PM d15.10.58

Indkørt af PM d29.10.58

Udgivet d. 1.4.59

$y = \text{Arcsin } x$

$y = \text{Arccos } x$

Indhops- adresser	Udhops- adresser	Indgang	Udgang	Max. ordre- antal	Køretid	
					min.	max.
0A8	53A8	C(AR) = x (-1 ≤ x < 1)	$\frac{1}{2\pi} \text{Arcsin } x$ → AR og MR	53	ca.242 AT (180 AT)	ca.290 AT (315½ AT)
80A8	86A8		$\frac{1}{2\pi} \text{Arccos } x$ → AR og MR	60	ca.249 AT (187 AT)	ca.297 AT (322½ AT)
Kodelængde		0 - 79 (Arcsin) 0 - 86 (Arccos)	Undersekvenser Ingen			
Begyndelsesadresse		Lige	Arbejdsceller I sekvensen			
Grundparametre		Ingen	Perm. konstanter C(2040v), C(2041), C(2042v), C(2043)			
Programparametre		Ingen				

Grundlag

Af

$$\tan \frac{v}{2} = \frac{\sin v}{1 + \cos v} = \frac{\sin v}{1 + \cos v}$$

fås med $\sin v = x$:

$$\text{Arcsin } x = 2 \text{ Arctan } \frac{x}{1 + \sqrt{1-x^2}} = 2 \text{ Arctan } u.$$

$r = \frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}$ beregnes som nulpunkt i polynomiet

$$f(r) = r^2 - \frac{1}{4}(1-x^2).$$

Hertil benyttes (som i AF 1 og 2) Newtons iterationsmetode.

Man får

$$r_{k+1} = r_k - \frac{f(r_k)}{f'(r_k)} =$$

$$r_k + \frac{1}{2} \left(\frac{1-x^2}{4r_k} - r_k \right) =$$

$$r_k + b_k.$$

Arctan u beregnes (som i CF 1) ved hjælp af følgende approksimationspolynomium:

$$\frac{1}{2\pi} \text{Arctan } w = \frac{1}{4} w \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} w^{2n},$$

hvor $w = \frac{|u| - \infty}{1 + |u|}$, $\infty = \tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$, $-1 \leq u < 1$,

$$a_1 = 0.636 \ 619 \ 772 \ 363$$

$$a_3 = -0.212 \ 206 \ 589 \ 709$$

$$a_5 = 0.127 \ 323 \ 865 \ 101$$

$$a_7 = -0.090 \ 942 \ 348 \ 306$$

$$a_9 = 0.070 \ 669 \ 104 \ 827$$

$$a_{11} = -0.057 \ 113 \ 781 \ 346$$

$$a_{13} = 0.043 \ 877 \ 601 \ 840$$

$$a_{15} = -0.023 \ 163 \ 323 \ 112$$

Følgende omskrivning er foretaget:

CF 2
side 2

$$\frac{1}{2\pi} \text{Arctan } |u| = \frac{1}{2\pi} \left(\text{Arctan } w + \frac{\pi}{8} \right),$$

$$\frac{1}{2\pi} \text{Arctan } w = \frac{1}{2\pi} \left(\text{Arctan } |u| - \text{Arctan } \frac{1}{u} \right).$$

Arccos x beregnes af

$$\frac{1}{2\pi} \text{Arccos } x = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \text{Arcsin } x \right).$$

Funktion

Sekvensen beregner de cirkulære funktioner Arcsin x og Arccos x. Der arbejdes kun med DASK - tal.

Ved udregningen af kvadratroden efter ovennævnte iterationsmetode benyttes som startværdi

$$r_1 = 2^{-p} - 2^{-39},$$

hvor p er bestemt ved

$$\frac{1}{4} \leq (1-x^2) 2^{2p} < 1.$$

Antallet af iterationer bestemmes i hvert enkelt tilfælde, idet iterationsprocessen stopper, når fejlen skifter fra at være negativ til at være positiv.

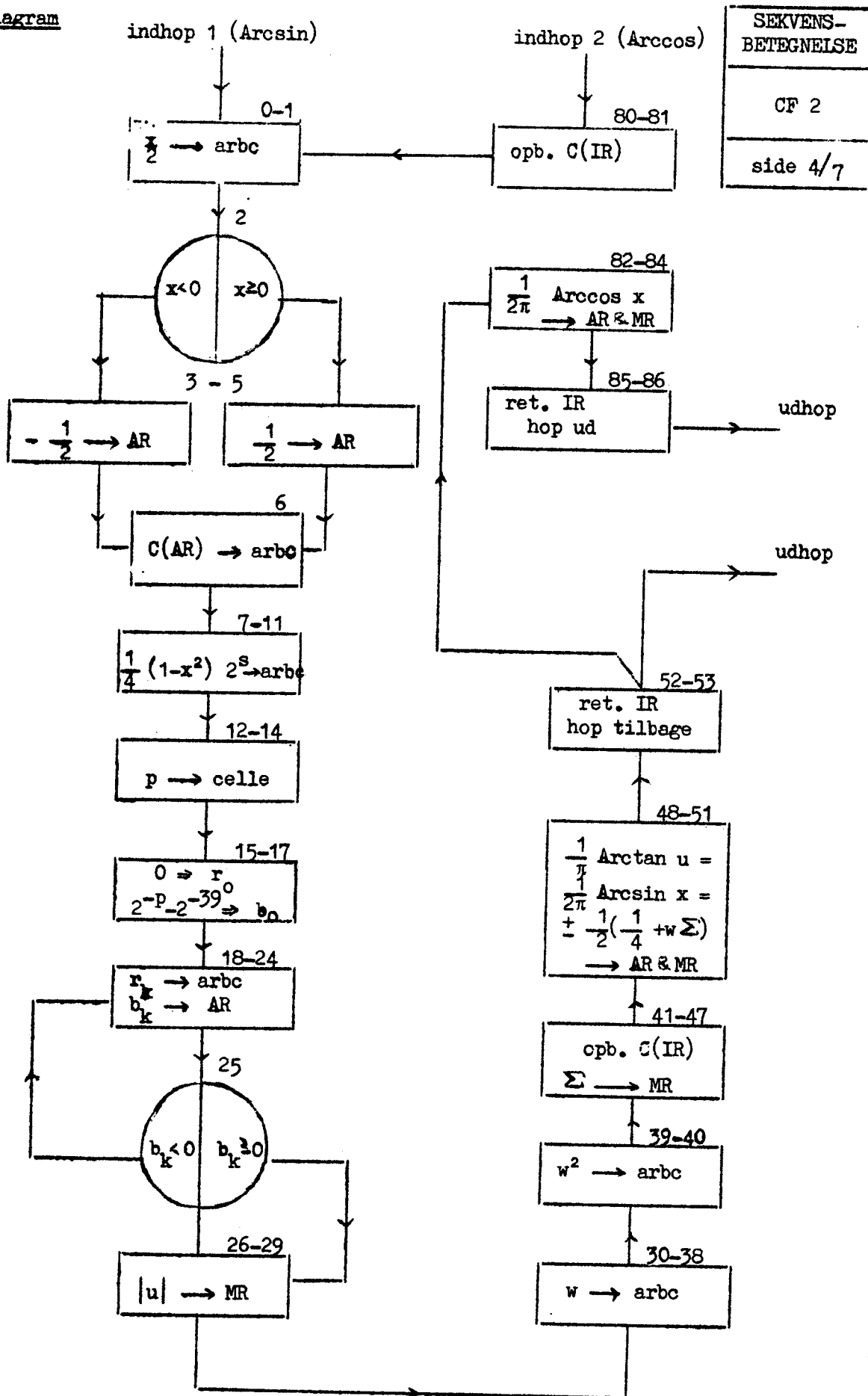
Ved udregningen af Arctan u benyttes, at Arctan u og u har samme fortegn.

Den maksimale fejl på Arcsin x og Arccos x er

$$\begin{array}{ll} 10^{-11} & \text{for } 0 \leq |x| < 0,999 \\ 5 \cdot 10^{-7} & \text{for } 0,999 \leq |x| < 1 \end{array}$$

Det bemærkes, at $C(72ABv) = \frac{1}{4}$.

Rutediagram



SEKVENSBETEGNELSE
CF 2
side 5/7

Kode

Arcsin indhop					}	$\frac{x}{2} \rightarrow \text{arbc}$
0	1	A	OD			
	1	74	AS	08	}	hop, hvis $x \geq 0$
4 ← 2	4	AS	11			
5 ← 3	5	AS	50		}	0 → AR, hop
2 → 4	2040	A	60			
3 → 5	2043	A	21		}	-1 → AR
6	73	AS	28			
7	74	AS	45		}	$\pm \frac{1}{2} \rightarrow \text{arbc}$
8	74	AS	4A			
9	72	AS	20		}	$\frac{1}{4} (1 - x^2) \rightarrow \text{AR} + \text{MR}$
10	20	AS	4E			
11	76	AS	08		}	$\frac{1}{4} (1 - x^2) 2^S \rightarrow \text{arbc}$ $s \rightarrow 20AS \text{ v adr}$
12	20	AS	60			
13	1	A	OD		}	$p = \text{hældelen af } \frac{s}{2}$ $\rightarrow 17AS \text{ adr}$
14	17	AS	29			
15	78	AS	48		}	$r_0 = 0 \rightarrow \text{arbc}$ $1 - 2^{-39} \rightarrow \text{AR}$
16	2040	A	41			
(14)	17	(0)	A	OD	}	$b_0 = 2^{-p} - 2^{-39} \rightarrow \text{AR}$ $r_k = r_{k-1} + b_{k-1} \rightarrow \text{arbc}$
25 → 18	78	AS	06			
19	76	AS	40		}	$\frac{1}{4} (1-x^2) 2^S \rightarrow \text{AR}$ $\frac{1}{4} (1-x^2) \rightarrow \text{AR} + \text{MR}$
(10)	20	(0)	A	4D		
21	78	AS	4B		}	$\frac{1}{4} (1-x^2)/r_k \rightarrow \text{AR}$ $b_k = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} (1-x^2)/r_k - r_k \right) \rightarrow \text{AR}$
22	0	A	07			
23	78	AS	01		}	hop, hvis $b_k < 0$
24	1	A	OD			
18 ← 25	18	AS	51		}	$\frac{1}{2} \rightarrow \text{AR}$ $\frac{1}{2} (1 + \sqrt{1-x^2}) \rightarrow \text{arbc}$
26	2043	A	60			
27	78	AS	06		}	$\frac{1}{2} x \rightarrow \text{AR}$ $ u = x / (1 + \sqrt{1-x^2}) \rightarrow \text{MR}$
28	74	AS	42			
29	78	AS	0B		}	$\frac{1+ u }{2} \rightarrow \text{arbc}$
30	70	AS	0A			
31	2043	A	20		}	
32	76	AS	08			

SEKVENSBETEGNELSE
•
CF 2
side 6/7

33	0	A	07
34	1	A	0D
35	70	AB	01
36	76	AB	0B
37	0	A	07
38	76	AB	0B
39	76	AB	0A
40	74	AB	0B
41	68	AB	44
42	52	AB	34
43	14	A	35
47 →	44	2046	B 35
	45	74	AB 0A
	46	54	B8 04
44 ←	47	44	AB 33
	48	76	AB 0A
	49	72	AB 24
	50	73	AB 2A
	51	2042	A 24
(42)	52	(0)	A 35
udhop	53	1	D 10
	54	B	517CC
	55	B	1B725
	56	B	E4D66
	57	B	A1A9A
	58	B	104C2
	59	B	5FE4E
	60	B	F45C0
	61	B	04A1A
	62	B	090BA
	63	B	F6B09
	64	B	F8B07
	65	B	EE07C

$$\frac{|u| - \infty}{2} \rightarrow AR$$

$$w = \frac{|u| - \infty}{1 + \infty|u|} \rightarrow MR \text{ \& } arbc$$

$$w^2 \rightarrow arbc$$

$$a_{15} \rightarrow MR$$

$$\text{opbevar } C(IRB)$$

$$14 \rightarrow IRB \quad (0 \Rightarrow j)$$

$$-2 + C(IRB) \rightarrow IRB \quad (j + 1 \Rightarrow j)$$

$$\sum_{n=0}^j a_{15-2n} w^{2j-2n} \rightarrow MR$$

$$\text{hop p\aa B} \quad (j < 7)$$

$$\frac{1}{\pi} \text{Arctan } u = \frac{1}{2\pi} \text{Arcsin } x \rightarrow AR$$

$$C(AR) \rightarrow MR$$

$$\text{retabler IRB}$$

$$\text{hop tilbage}$$

$$a_1$$

$$a_3$$

$$a_5$$

$$a_7$$

$$a_9$$

$$a_{11}$$

SEKVENSBETEGNELSE
CF 2
side 7/7

	66	B	059DC	}
	67	B	80077	
	68	B	FD08F	}
	69	B	BF662	
	70	B	1A827	}
	71	B	999FD	
	72	B	20000	}
	73		A	
	74		A	}
	75		A	
	76		A	}
	77		A	
	78		A	}
	79		A	
Arccos indhop	80	85	A8 74	}
	81	0	A8 16	
	82	74	A8 08	}
	83	72	A8 60	
	84	74	A8 05	}
(80)	85	(0)	A 75	
udhop	86	1	D 10	

a₁₃

a₁₅

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \tan \frac{\pi}{8} = \frac{1}{2} (\sqrt{2} - 1)$$

$$\frac{1}{4}$$

arbc

opbevar C(IRD)

$$\frac{1}{2\pi} \operatorname{Arcsin} x \rightarrow \operatorname{arbc}$$

$$\frac{1}{2\pi} \operatorname{Arccos} x = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{Arcsin} x \rightarrow \operatorname{AR\&MR}$$

retabler IRD

hop ud